Delprov B	Uppgift 1–9. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 10–16. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för delprov B och delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

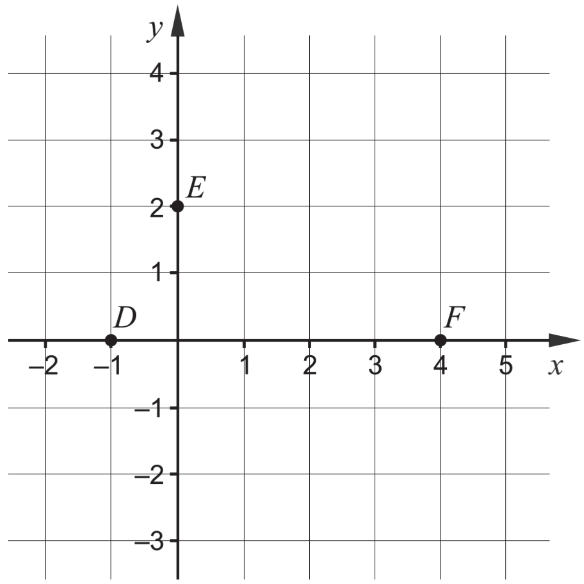
Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i elevhäftet.

1. Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $(x+5)^2 - 10x$ ____________________ (1/0/0)

b) $(x+3)(x-3)+9$ ____________________ (1/0/0)

2. Grafen till andragradsfunktionen *f*, där $y = f(x)$, går genom punkterna $D(-1, 0)$, $E(0, 2)$ och $F(4, 0)$.



a) Funktionen *f* kan skrivas på formen $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Bestäm konstanten *c*.
____________________ (1/0/0)

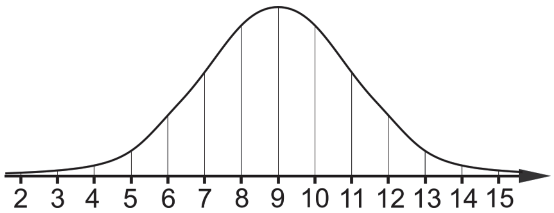
b) Grafen till funktionen *f* har en maximipunkt.
Bestäm *x*-koordinaten för maximipunkten. ____________________ (1/0/0)

3. Nedan anges två påståenden om Lena.

Lena bor i Europa. $\boxed{}$ Lena bor i Sverige.

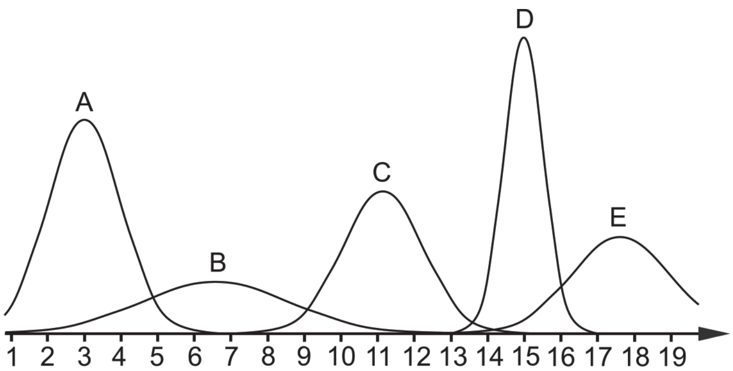
Vilken symbol ska stå i rutan mellan de två påståendena för att argumentationen ska vara korrekt?
Välj mellan $\Leftrightarrow$, $\Rightarrow$ och $\Leftarrow$. ____________________ (1/0/0)

4. a) Figuren visar en kurva som representerar en normalfördelning.



Vilket medelvärde har normalfördelningen? ______________________ (1/0/0)

b) Figuren visar fem kurvor A–E som representerar normalfördelningar.



Vilken av kurvorna A–E representerar den normalfördelning som har den minsta standardavvikelsen?

______________________ (0/1/0)

5. a) I ett koordinatsystem finns punkten $Q(1, 0)$. Ge ett exempel på koordinaterna för punkten P om avståndet mellan P och Q är 5 längdenheter.

______________________ (1/0/0)

b) Mitt emellan punkterna $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ och B i ett koordinatsystem ligger punkten $M(1, \frac{3}{4})$.

Bestäm koordinaterna för punkten B. ______________________ (0/1/0)

6. Lös ekvationerna och svara exakt på enklaste form.

a) $5^x = 7$ _______________ (1/0/0)

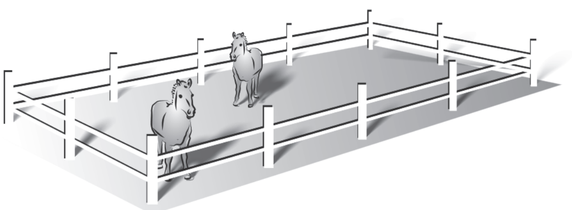
b) $\lg 1000 + 97 = 10^x$ _______________ (0/1/0)

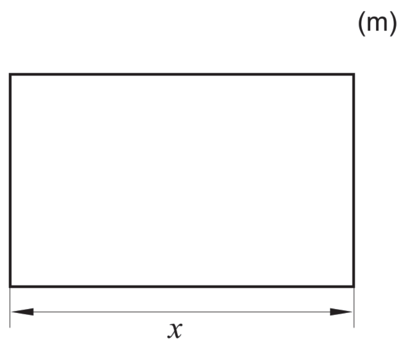
c) $3^{4x} = 10^2$ _______________ (0/1/0)

d) $(3x-4)(4-3x) = -9x^2$ _______________ (0/1/0)

e) $(5987-x)^2 - 2(5987-x) = 0$ _______________ (0/0/1)

7. Bosse ska bygga en rektangulär hage av 120 meter staket till sina två hästar. Längden av hagens ena sida betecknas med x. Se figur.



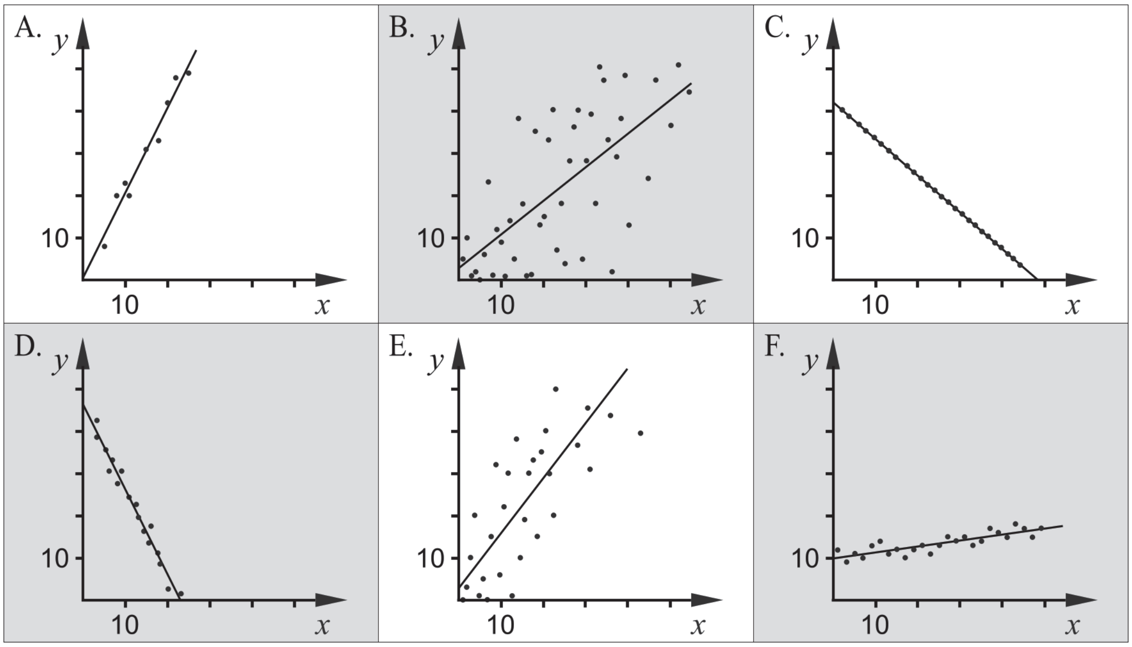


Teckna hagens area A som en funktion av x. _______________ (0/1/0)

8. Det finns många andragradsfunktioner som har en graf med symmetrilinjen $x = 3$

Ge exempel på en sådan funktion. _______________ (0/1/0)

9. Alternativen A–F visar sex olika spridningsdiagram. Till varje diagram finns även en anpassad linje inritad.



I två av alternativen är korrelationskoefficienten $r > 0,8$. Vilka två?

_______________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

10. Lös andragradsekvationen $x^2 + 8x + 12 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

11. Emma och Sanna har fått i uppgift att lösa ekvationssystemet $\begin{cases} x - y = 3,5 \\ 2x + y = 5,5 \end{cases}$

a) Det finns flera sätt att lösa ett ekvationssystem. Emma börjar med att lösa ut y ur båda ekvationerna och får:

$$\begin{cases} y = x + 3,5 \\ y = -2x + 5,5 \end{cases}$$

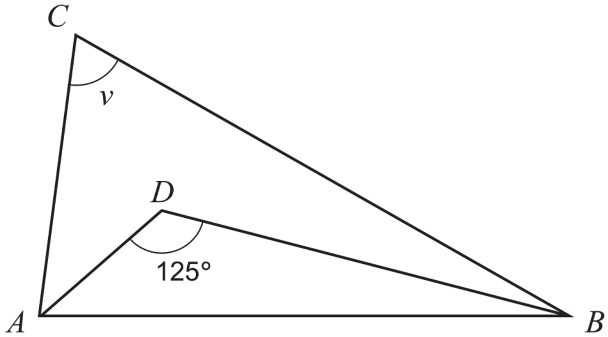
Har Emma löst ut y på ett korrekt sätt ur de båda ekvationerna? Motivera ditt svar. (1/0/0)

b) Sanna påstår att $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1,5 \end{cases}$ är en lösning till ekvationssystemet

$\begin{cases} x - y = 3,5 \\ 2x + y = 5,5 \end{cases}$

Har Sanna rätt? Motivera ditt svar. (1/0/0)

12. I triangeln ABC dras en bisektris från A och en bisektris från B så att bisektriserna skär varandra i D. Bisektriserna bildar en vinkel som är $125°$. Se figur.



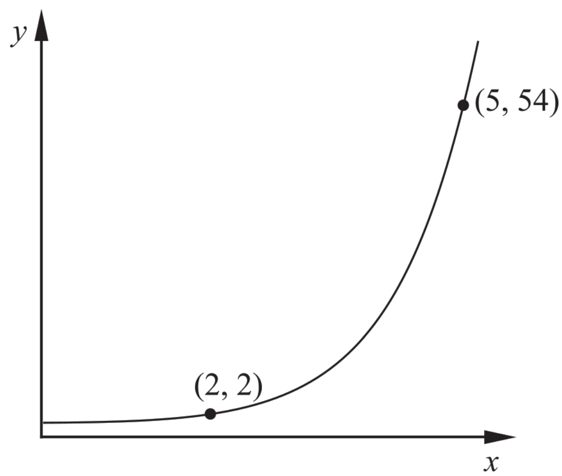
Bestäm vinkeln v. (0/2/0)

13. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 0,2x - 0,5y = 1,2 \\ x + y + 3,5 = 6 \end{cases}$ med algebraisk metod. (0/2/0)

14. Fiona undersöker två tal där differensen mellan talen är 1. Hon påstår att differensen mellan kvadraten av det större talet och kvadraten av det mindre talet är lika stor som summan av talen.

Visa att Fionas påstående alltid stämmer för två tal där differensen mellan talen är 1. (0/2/0)

15. Figuren visar grafen till en exponentialfunktion.



Bestäm *y*-koordinaten för grafens skärningspunkt med *y*-axeln. Förenkla svaret så långt som möjligt och svara exakt. (0/0/2)

16. I en butik köper Armand ett rep för 60 kr. En annan butik säljer samma typ av rep men där är repet 1 kr dyrare per meter. Om Armand hade handlat i den andra butiken hade han fått ett 2 meter kortare rep för 60 kr.

Bestäm hur långt rep Armand köpte. Prövning godtas inte. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 17–29. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Provet består av tre skriftliga delprov (delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 58 poäng varav 21 E-, 20 C- och 17 A-poäng.

Gräns för provbetyget
E: 14 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 38 poäng varav 5 poäng på A-nivå
A: 45 poäng varav 9 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

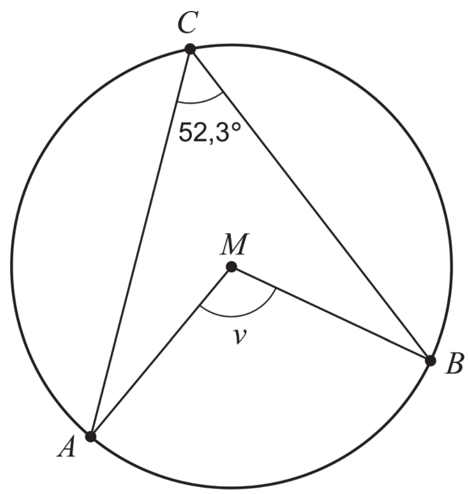
Namn: ______________________________

Födelsedatum: ______________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Till flera av uppgifterna krävs att du använder digitala verktyg för att kunna lösa dem. Till övriga uppgifter kan det vara en fördel att använda de digitala verktygen vid lösning av uppgiften. Skriv dina lösningar på separat papper.

17. Figuren visar en cirkel med medelpunkten *M*. Punkterna *A*, *B* och *C* ligger på cirkelns rand.



Bestäm vinkeln *v*. *Endast svar krävs* (1/0/0)

18. Lös ekvationen $7^{\frac{x}{5}} = 1,3$ och svara med minst två decimaler.
Endast svar krävs (1/0/0)

19. En andragradsfunktion *f* ges av $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$
Ge ett exempel på en punkt som ligger på grafen till *f*.
Endast svar krävs (1/0/0)

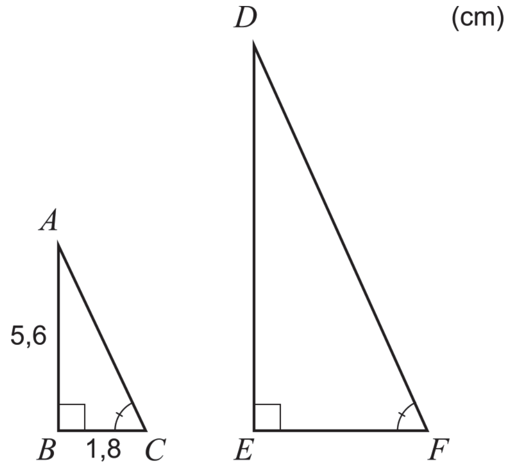
20. Värdetabellen visar ett antal värden på variablerna *x* och *y*.

x	22	23	24	25	26	27	28
y	4,2	5,6	4,9	3,6	3,1	1,9	2,5

Ur värdena kan ett anpassat samband på formen $y = ax + b$ bestämmas.

Bestäm *a* och *b* med hjälp av linjär regression. Svara med minst två decimaler. *Endast svar krävs* (1/0/0)

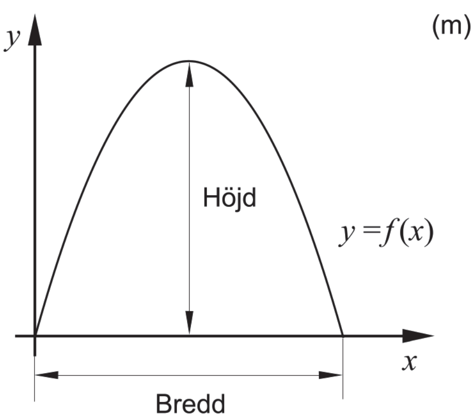
21. I en rätvinklig triangel ABC är sidan AB 5,6 cm och sidan BC 1,8 cm. Triangeln DEF är likformig med triangeln ABC. Sidan EF är dubbelt så lång som sidan BC, se figur.



Hur många gånger större är arean av triangeln DEF än arean av triangeln ABC? (2/0/0)

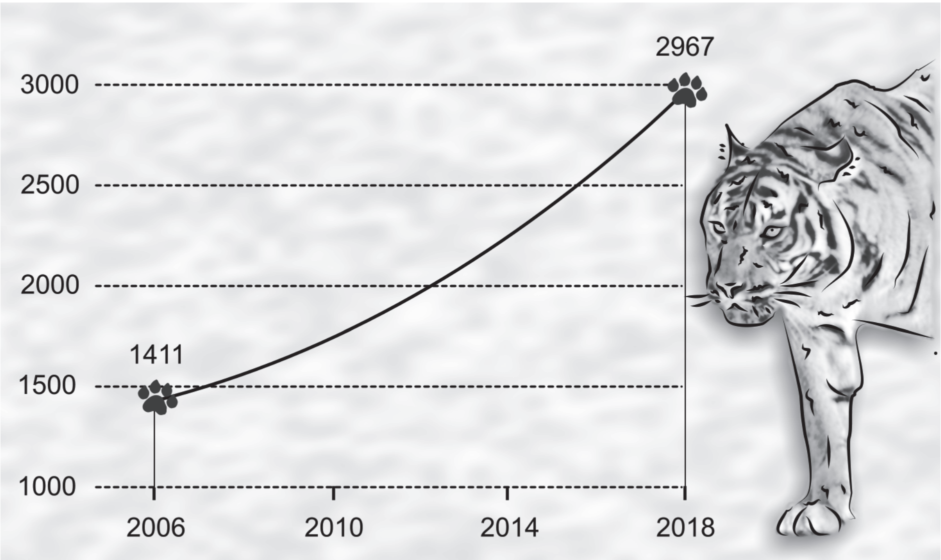
22. Bilden visar byggnaden Municipal Asphalt Plant i New York.

Ytterkanten på byggnadens framsida kan beskrivas med grafen till andragradsfunktionen f. Funktionen f ges av $f(x) = -0,14x^2 + 3,92x$ där x och $f(x)$ har enheten meter och där x-axeln är placerad på marknivå längs byggnadens framsida. Se figur.



Bestäm byggnadens bredd och höjd. *Endast svar krävs* (2/0/0)

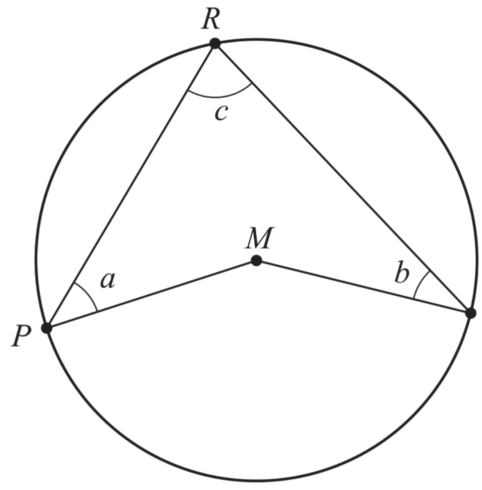
23. Tidningen Times of India släppte år 2018 nyheten att antalet tigrar i Indien mer än fördubblats sedan år 2006.



Tidningen uppgav att det fanns 1411 tigrar i Indien år 2006 och att det fanns 2967 tigrar år 2018. Anta att tigrarna räknades i början av år 2006 och i början av år 2018. Anta även att den årliga procentuella förändringen av antalet tigrar var lika stor under tidsperioden och att förändringen fortsätter i samma takt även efter år 2018.

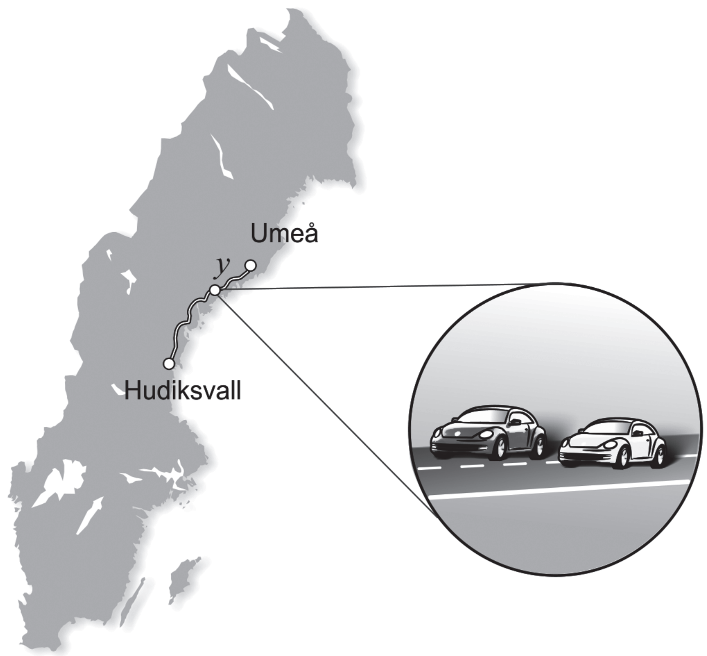
Bestäm vilket år som tigrarnas antal förväntas vara 5000. (0/3/0)

24. Figuren visar fyrhörningen *PMQR* i en cirkel där *P*, *Q* och *R* ligger på cirkelns rand och *M* är cirkelns medelpunkt. Vinklarna *a*, *b* och *c* är markerade i figuren.



Visa att sambandet $a + b = c$ gäller för alla fyrhörningar *PMQR* där *P*, *Q* och *R* ligger på cirkelns rand och *M* är cirkelns medelpunkt. (0/2/0)

25. Edith och Adrian kör samma sträcka från Umeå till Hudiksvall. Adrian startar först och Edith startar när Adrian redan har kört 13 km. Efter ett tag kör Edith om Adrian. Adrian kör med medelhastigheten 72 km/h fram till omkörningen och Edith kör med medelhastigheten 81 km/h fram till omkörningen.



Det påbörjade ekvationssystemet kan användas för att ta reda på hur lång sträcka Edith har kört när hon kör om Adrian.

$$\begin{cases} y = 81x \\ \ldots \end{cases}$$

där y km är sträckan fram till omkörningen. Se figur.

a) Tolka vad x betyder i detta sammanhang. (1/0/0)

När Edith kör om Adrian har de kört en tredjedel av hela sträckan.

b) Beräkna hur långt det är mellan Umeå och Hudiksvall. (0/0/2)

26. För fyra personers timlöner gäller följande:

Medelvärde: 210 kr/h
Median: 200 kr/h
Variationsbredd: 80 kr/h

Undersök vad timlönen kan vara för den person som har den högsta timlönen. (0/2/0)

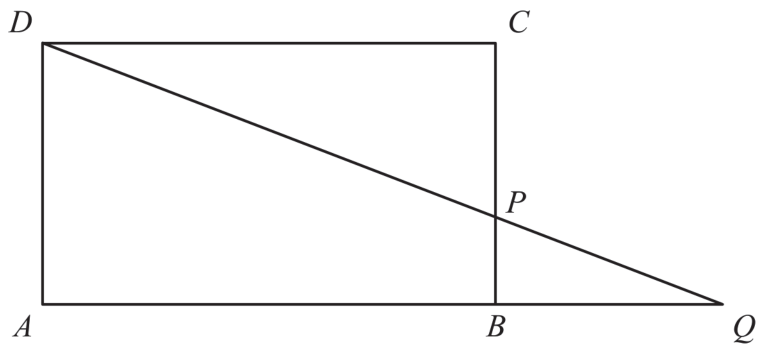
27. Anta att a, b och c är tre på varandra följande heltal där $a < b < c$.

Undersök om uttrycket $\dfrac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$ alltid är ett heltal för alla sådana på varandra följande heltal a, b och c. (0/0/3)

28. Funktionen f ges av $f(x) = \dfrac{x^2}{a}$ där a är en konstant och $a > 0$
En sträcka S dras från den punkt på funktionens graf där x-koordinaten är a till den punkt på funktionens graf där x-koordinaten är $2a$.

Bestäm längden av sträckan S uttryckt i a. (0/0/2)

29. Figuren visar rektangeln $ABCD$ med en punkt P på sidan BC. När sträckorna DP och AB förlängs skär de varandra i punkten Q.



Bestäm $\dfrac{AB}{AQ}$ om $BP = a$ och $PC = 3a$. (0/0/3)

Innehållsförteckning

Inledning

På uppdrag av regeringen ansvarar Skolverket för samtliga nationella prov. Syftet med de nationella proven är att stödja en likvärdig och rättvis betygssättning.

I årskurs 3 i grundskolan och motsvarande skolformer är syftet att stödja bedömningen av uppnådda kunskapskrav.

De nationella proven kan också bidra till att stärka skolornas kvalitetsarbete genom analyser av provresultaten i relation till uppnådda kunskapskrav på skolnivå, huvudmannanivå och på nationell nivå.

Det är rektorn som ansvarar för organisationen omkring provet på skolan och för att leda och fördela arbetet.

Läsanvisning

Det här häftet ska användas vid bedömningen och betygssättningen av det nationella provet i matematik 2b. Häftet består av 6 kapitel. Inledningsvis finns information om bedömningen och betygssättningen av provet (kapitel 1). Sedan följer anvisningar för att bedöma elevernas prestationer på de olika delproven (kapitel 2). Därefter finns ett kapitel med exempel på bedömda elevlösningar (kapitel 3) och ett kapitel med instruktioner för sammanställningen till ett provbetyg (kapitel 4). De två avslutande kapitlen innehåller instruktioner för inrapportering av provresultat (kapitel 5) samt kopieringsunderlag och hänvisningar till webbmaterial (kapitel 6).

1. Allmän information om bedömningen och betygssättningen av provet i matematik 2b

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

Uppgifter av kortsvarstyp

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

Uppgifter av långsvarstyp

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsmodeller

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt tre olika modeller. (Eventuella avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.)

Modell 1

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen kan falla ut först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med korrekt bestämning av …	+1 E_P
Godtagbar verifiering av …	+1 E_P

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (3/0/0). I detta exempel är den tredje poängen oberoende av den andra poängen. Det indikeras med att den tredje raden inleds med stor bokstav. Det innebär att den tredje poängen kan falla ut även om den andra poängen inte gör det.

Modell 3

E	C	A
Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar E-nivå, t.ex. … 1 E_R	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar C-nivå, t.ex. … 1 E_R och 1 C_R	Beskrivning av resonemang vars kvalitet motsvarar A-nivå, t.ex. … 1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Förklaring av modellen: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

I vissa uppgifter ska elevens skriftliga kommunikativa förmåga bedömas. Då gäller följande:

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.
Dessutom ska
1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, dvs. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett till stor del tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara relativt lätt att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt*.
Dessutom ska
1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad och endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och andra representationer uttryckas på ett tydligt och korrekt sätt.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

*Avsteg från denna princip kan i undantagsfall göras om det bedöms att den del av lösningen som är felaktig eller saknas inte tillför något väsentligt när det gäller möjligheten att bedöma den skriftliga kommunikationsförmågan.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande tabell kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{\ }, \sqrt[n]{\ }, \Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow$ $f(x),\ x,\ y,\ \frac{\Delta y}{\Delta x},\ (\ ), \%, \{, \bar{x}, \sigma, \mathrm{S}x, \mu$, VL, HL, symbol för vinkel, gradtecken
Termer	t.ex. *x*-led, *y*-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, variabel, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, extrempunkt, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponent, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, uttryck, ekvation, implikation, ekvivalens, likformighet, kongruens, rätvinklig, liksidig, likbent, parallell, vinkelrät, regression, korrelationskoefficient, normalfördelning, lådagram, median, medelvärde, typvärde, kvartil, percentil, standardavvikelse, variationsbredd, kvartilavstånd
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, abc-formeln, kvadratkomplettering, kvadreringsregeln, konjugatregeln, villkor för vinkelräta linjer, vinkelsumma i en n-hörning, satser om likformighet och kongruens, yttervinkelsatsen, randvinkelsatsen, kordasatsen, bisektrissatsen, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för betyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

Digitala prov ska avidentifieras

De prov som eleverna har genomfört digitalt ska *avidentifieras* före bedömningen. Läraren som bedömer ska alltså inte veta vems prov hon eller han bedömer. Mer information om detta finns på Skolverkets webbsida www.skolverket.se/genomfora-np-gymnasieskolan.

Sammanställning av elevresultat

När eleven har genomfört de olika delproven kan resultaten noteras i ”Formulär för sammanställning av elevresultat” som finns i kapitel 6. Syftet med formuläret är att underlätta för läraren att sammanställa och rapportera in elevens resultat. Det kan också användas vid samtal med eleven om provresultatet.

Sammanställning till ett provbetyg

När samtliga delprov är genomförda ska resultaten summeras till ett provbetyg. Information om hur summeringen går till finns i kapitel 4.

2. Bedömningsanvisningar

I det här kapitlet finns anvisningar för hur provet ska bedömas.

Läsanvisning

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om exempel på bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en hänvisning.

Instruktioner för bedömning av delprov B

1.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($x^2 + 25$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar (x^2)	+1 E_P
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar (2)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (1,5)	+1 E_B
3.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($\Leftarrow$)	+1 E_B
4.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar utifrån godtagbar avläsning (9)	+1 E_B
b)	Korrekt svar (D)	+1 C_B
5.		**Max 1/1/0**
a)	Korrekt svar (t.ex. $(6,\ 0)$) *Kommentar:* Andra vanliga korrekta svar är $(-4,\ 0)$, $(1,\ 5)$, $(4,\ 4)$ och $(-2,\ 4)$.	+1 E_{PL}
b)	Korrekt svar $(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})$ *Kommentar:* Korrekt svar i decimalform eller korrekt svar som inte är förkortat, t.ex. $(\frac{6}{4}, \frac{5}{4})$, ges poäng.	+1 C_{PL}

6. **Max 1/3/1**

a) Korrekt svar ($x = \frac{\lg 7}{\lg 5}$) +1 E_P

b) Korrekt svar ($x = 2$) +1 C_P

c) Korrekt svar ($x = \frac{1}{2\lg 3}$) +1 C_P

d) Korrekt svar ($x = \frac{2}{3}$) +1 C_P

e) Korrekt svar ($x_1 = 5987,\ x_2 = 5985$) +1 A_P

7. **Max 0/1/0**

Korrekt svar ($A = x \cdot \frac{120 - 2x}{2}$) +1 C_M

8. **Max 0/1/0**

Korrekt svar (t.ex. $y = (x-2)(x-4)$) +1 C_B

Kommentar: Svar som uppfyller $\frac{b}{a} = -6$ där $y = ax^2 + bx + c$ är korrekta.

9. **Max 0/0/1**

Korrekt svar (A och F) +1 A_B

Instruktioner för bedömning av delprov C

10. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -2, x_2 = -6$) +1 E_P

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

11. **Max 2/0/0**

a) Godtagbart resonemang som inkluderar slutsatsen att Emma har gjort fel (t.ex. ”Nej, det borde stå $-3,5$ i den första ekvationen.”) +1 E_R

b) Godtagbart resonemang som visar att $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1,5 \end{cases}$ inte är en lösning och som inkluderar slutsatsen att Sanna har fel +1 E_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

12. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, visar insikt i att vinklarna vid *A* är lika stora och att vinklarna vid *B* är lika stora samt att $\angle DAB + \angle ABD = 55°$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($70°$) +1 C_{PL}

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

13. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, kommer fram till en korrekt ekvation i en variabel utifrån ekvationssystemet +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 3,5;\ y = -1$) +1 C_P

14. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang där ena ledet av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel och en förenkling påbörjas för att visa att VL=HL
eller
där båda delarna av sambandet ställs upp uttryckt i en variabel
eller
där hela sambandet ställs upp i två variabler och skrivs om korrekt med konjugatregeln +1 C_R

med slutfört resonemang där det visas att Fionas påstående stämmer +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

15. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, ställer upp ett korrekt ekvationssystem, t.ex. $\begin{cases} 2 = C \cdot a^2 \\ 54 = C \cdot a^5 \end{cases}$

och
eliminerar en variabel på ett korrekt sätt i den fortsatta lösningen +1 A_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar som är förenklat ($\frac{2}{9}$) +1 A_P

16. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, ställer upp en korrekt ekvation i en variabel, t.ex.
$(\frac{60}{x} + 1)(x - 2) = 60$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12 m) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

Instruktioner för bedömning av delprov D

17. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (104,6°) +1 E_B

18. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($x = 0,67$) +1 E_P

19. **Max 1/0/0**

Korrekt svar (t.ex. $(0,\ 7)$) +1 E_{PL}

20. **Max 1/0/0**

Korrekt svar ($a = -0,51,\ b = 16,45$) +1 E_P

Kommentar: Även svaret $y = -0,51x + 16,45$ ges poäng.

21. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. beräknar arean av triangel *DEF*, 20,16 cm^2 +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3 gånger större)
eller (4 gånger så stor) +1 E_{PL}

Kommentar: Godtagbar lösning med svaret ”4 gånger större” anses också korrekt eftersom det handlar om en språklig missuppfattning och inte en matematisk sådan.

22. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, anger korrekt värde för antingen bredden eller höjden +1 E_M

med godtagbart svar (bredd 28 m, höjd 27 m) +1 E_M

23. **Max 0/3/0**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för att bestämma förändringsfaktorn, $2967 = 1411 \cdot a^{12}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (år 2026) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 C_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

24. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. använder randvinkelsatsen och tecknar ett generellt uttryck för fyrhörningens vinkelsumma +1 C_R

med slutfört generellt resonemang som visar att sambandet gäller +1 C_R

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

25. **Max 1/0/2**

a) Godtagbart svar (t.ex. ”tiden”) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer x, $x = 1,44$ +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (350 km) +1 A_M

26. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, inser att den sammanlagda timlönen för den som har den lägsta och den högsta timlönen är 440 kr/h
eller
ställer upp en ekvation i en variabel, t.ex. $\dfrac{x+400+x+x+80}{4}=210$
eller
påbörjar en prövning där alla tre villkoren ingår och tolkas korrekt +1 C_B

med slutfört resonemang med korrekt svar (260 kr/h) +1 C_R

Kommentar: Även svaren 260 och 260 kronor ges poäng.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

27. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, ansätter lämpliga uttryck för a, b och c och skriver om uttrycket i en variabel, t.ex. $\dfrac{a^2+(a+1)^2+(a+2)^2-2}{3}$ +1 A_R

med slutfört resonemang som inkluderar slutsatsen att uttrycket alltid är ett heltal +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

28. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, bestämmer y-koordinaterna för båda punkterna +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a\sqrt{10}$ l.e.) +1 A_{PL}

Kommentar: Även svaren $3{,}16a$, $a\sqrt{10}$ och $\sqrt{10a^2}$ ges poäng.

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

29. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. anger ett samband mellan *DC* och *BQ* med hjälp av likformighet +1 A_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$) +1 A_{PL}

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga” +1 A_K

Se kapitel 3 ”Exempel på bedömda elevlösningar”

3. Exempel på bedömda elevlösningar

I det här kapitlet finns exempel på bedömda elevlösningar till vissa uppgifter i provet samt kommentarer till exemplen som stöd för bedömningen.

Uppgift 10

Elevlösningsexempel 10.1 (0 poäng)

$$x^2+8x+12=0$$

$$x=\frac{8}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2-12}$$

$$x=4\pm\sqrt{4}$$

$$x_1=6$$

$$x_2=2$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen görs ett teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och lösningen uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges noll poäng.

Uppgift 11b

Elevlösningsexempel 11b.1 (0 poäng)

$$x-y=3{,}5 \qquad y=x-3{,}5$$

$$2x+x-3{,}5=5{,}5 \qquad 3x=2 \qquad x=\frac{2}{3}$$

$$y=3-\frac{2}{3} \qquad y=2\frac{1}{3}$$

Svar: Nej

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen dras korrekt slutsats men utifrån en felaktig lösning av ekvationssystemet. Detta anses inte godtagbart och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 11b.2 (1 E_R)

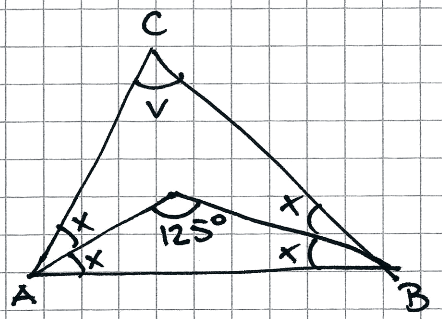
b) Fel,

$$2\cdot 5+1{,}5\neq 5{,}5$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen motiveras att Sanna har fel genom insättning av lösningen i den andra ekvationen. Trots att lösningen är knapphändig anses den nätt och jämnt uppfylla kraven för resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 12

Elevlösningsexempel 12.1 (0 poäng)



$180 - 125° = 55°$

$2x = 55°$
$x = 27{,}5°$

$\angle CAB$ & $\angle CBA = 2x$, dvs $55°$

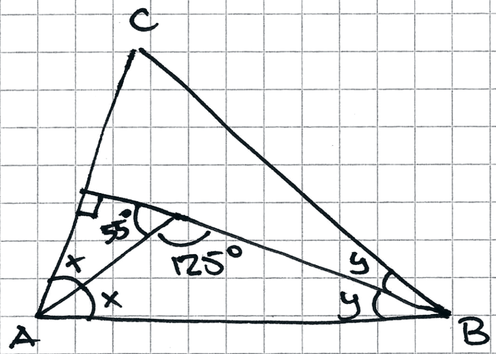
$55° + 55° = 110°$

$180° - 110° = 70°$

Svar: $\angle V = 70°$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen görs antagandet att båda trianglarna *ABC* och *ABD* är likbenta. Detta är ett specialfall som förenklar problemet vilket gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för ansatspoäng. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 12.2 (0 poäng)



$180° - 125° = 55°$

$55° + 90° + x = 180°$
$x = 35°$

$35° + 125° + y = 180°$
$y = 20°$

$2 \cdot 35° + 2 \cdot 20° + v = 180°$
$v = 70°$

Svar: $v = 70°$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen förlängs sträckan *BD* och sedan görs antagandet att det bildas en rät vinkel mot sträckan *AC*. Detta är ett specialfall som förenklar problemet vilket gör att lösningen inte anses uppfylla kraven för ansatspoäng. Lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 12.3 (0 poäng)

$125° = 180° - (\angle a + \angle b)$

$\angle a + \angle b = 55°$

$55° \cdot 2 = 110°$ $\quad$ $180° - 110° = 70°$

$\underline{v = 70°}$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen visas insikt i att $\angle DAB + \angle ABD = 55°$ på andra raden i lösningen. Däremot redovisas det inte i lösningen att vinklarna vid *A* är lika stora och att vinklarna vid *B* är lika stora. Därmed anses inte lösningen uppfylla kraven för ansatspoäng och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 12.4 (2 C_{PL})

$u + w + 125 = 180$

$u + w = 180 - 125 = 55$

$v + u + D + w = 360$

$D = 360 - 125 = 235$

$v + u + w = 360 - D = 360 - 235 = 125$

$v = 125 - (u + w) = 125 - 55 = 70$

$\underline{v = 70^\circ}$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet i sin helhet där användningen av bisektrisens egenskaper nätt och jämnt framgår i steget från rad 2 till rad 3. Trots att de införda vinkelbeteckningarna inte definieras anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för två problemlösningspoäng på C-nivå.

Uppgift 14

Elevlösningsexempel 14.1 (1 C_R)

$x - (x-1) = 1$

$x^2 - (x-1)^2 = x + (x-1)$

tex

$8^2 - 7^2 = 15$ $\quad 3^2 - 2^2 = 5$ $\quad 6^2 - 5^2 = 11$

$8 + (8-1) = 15$ $\quad 3 + (3-1) = 5$ $\quad 6 + (6-1) = 11$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs ett korrekt samband upp i en variabel på andra raden vilket motsvarar en godtagbar ansats. De uträknade exemplen visar inte att sambandet gäller generellt och tillför därmed inget till resonemanget. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 14.2 (1 C_R)

tal 1 = x
tal 2 = y

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = x + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 & (1) \\ (x+y)(x-y) = x + y & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad \frac{\cancel{(x+y)}(x-y)}{\cancel{(x+y)}} = \frac{\cancel{x+y}}{\cancel{x+y}}$$

$$x - y = 1 \quad \text{VSV}$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs hela sambandet upp korrekt i två variabler och skrivs om med konjugatregeln vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen visas att om $x^2 - y^2 = x + y$ så är skillnaden mellan talen 1 vilket är det omvända mot vad som skulle visas. Därmed anses inte kraven för den andra resonemangspoängen på C-nivå vara uppfyllda.

Uppgift 16

Elevlösningsexempel 16.1 (2 A_M)

$$\begin{cases} x \cdot y = 60 \\ (x+1)(y-2) = 60 \end{cases}$$

$x = 60/y$

$(60/y + 1)(y-2) = 60$

$60y/y - 120/y + y - 2 = 60$

$60 - 120/y + y = 62$

$-120/y + y = 2$

$-120 \cdot \cancel{y}/\cancel{y} + y \cdot y = 2 \cdot y$

$-120 + y^2 = 2y$

$y^2 - 2y - 120 = 0$

$y = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 120}$

$y = 1 \pm \sqrt{1 + 120}$

$y = 1 \pm \sqrt{121}$

$y = 1 \pm 11$

$y = 12$ $\quad x = 60/12 = 5$

test: $x \cdot y = 60$

$12 \cdot 5 = 60$

$(x+1)(y-2) = 60$

$6 \cdot 10 = 60$

Svar: 12 meter

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå. Dock hanteras inte den negativa roten och variablerna definieras inte. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Lösningen ges två modelleringspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 16.2 (1 A_M och 1 A_K)

$x \cdot y = 60$

$\boxed{\begin{array}{l} x = \text{kost/m i kr/m} \\ y = \text{längd i m} \end{array}}$

$x = \frac{60}{y}$

$(x+1)(y-2) = 60$

$\left(\frac{60}{y} + 1\right)(y-2) = 60$

$60 - \frac{120}{y} + y - 2 = 60$

$y - \frac{120}{y} - 2 = 0 \qquad \cdot y$

$y^2 - 2y - 120 = 0 \qquad$ pq-formel

$y = 1 \pm \sqrt{1+120}$

$y_1 = 1 + \sqrt{121} \qquad (y_2 = 1 - \sqrt{121})$

Svar: $1 + \sqrt{121}$ m

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet ända fram till att $\sqrt{121}$ ska beräknas. Svaret ”$1+\sqrt{121}$ m” anses inte godtagbart och därmed uppfylls inte kraven för den andra modelleringspoängen. När det gäller kommunikation hanteras den negativa roten men förklaringen till varför den utesluts saknas. Detta vägs dock upp av en tydlig variabeldefinition och att strukturen är lätt att följa och förstå. Sammantaget ges lösningen en modelleringspoäng på A-nivå samt nätt och jämnt en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 23

Elevlösningsexempel 23.1 (1 C_M och 1 C_K)

$y = C \cdot a^x$

$2967 = 1411\,a^{12}$

$2{,}10\ldots = a^{12}$

$a = 1{,}06$

$5000 = 2967 \cdot 1{,}06^x$

$1{,}685\ldots = 1{,}06^x$

$\lg 1{,}685\ldots = x \cdot \lg 1{,}06$

$x = 8{,}96$

<u>Svar:</u> från 2018 ca 9 år alltså 2027

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen ställs en korrekt ekvation upp för att bestämma förändringsfaktorn vilket motsvarar en godtagbar ansats. I den fortsatta lösningen används för få värdesiffror på förändringsfaktorn vilket inte anses godtagbart och kraven för den andra modelleringspoängen anses därmed inte uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom den allmänna exponentialekvationen är uppställd anses variablerna någorlunda definierade. Trots att likhetstecknet används vid avrundade svar på flera ställen anses lösningen uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges en modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 23.2 (2 C_M och 1 C_K)

2006 : 1411 tigrar 2018: 2967 tigrar
(0) (12)

$y = Cx^a$

$2967 = 1411\, x^{12}$

$x^{12} = \frac{2967}{1411}$

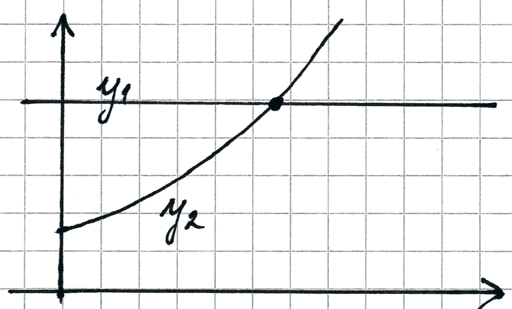
$x = \left(\frac{2967}{1411}\right)^{1/12} \approx 1{,}0639$ (förändringsfaktor)

$y = Ca^x$

$5000 = 2967 \cdot 1{,}0639^x$

ritar med räknaren : $y_1 = 5000$

$y_2 = 2967 \cdot 1{,}0639^x$



räknaren ger skärningspunkten

$x \approx 8{,}425$

$y = 5000$

$2006 + 12 + 8{,}425 = 2026{,}42$

Det vill säga år 2026 blir det 5000 st.

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är lösningen relativt lätt att följa och förstå och eftersom de allmänna potens- och exponentialekvationerna är uppställda anses variablerna någorlunda definierade. Trots att x används som både förändringsfaktor och tidsvariabel anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Lösningen ges två modelleringspoäng och en kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 24

Elevlösningsexempel 24.1 (1 C_R)

$$360 - C = A + B + (360 - 2C)$$

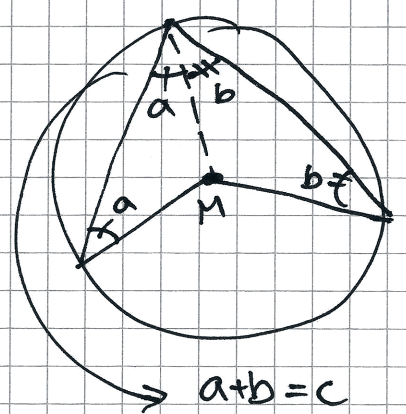
$$360 - C = A + B - 2C + 360$$

$$+2c \quad -360$$

$$C = A + B$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen används fyrhörningens vinkelsumma och randvinkelsatsen på ett korrekt sätt vilket anses motsvara en godtagbar ansats. Eftersom de uppställda sambanden inte motiveras utifrån varken figur eller hänvisning till geometriska satser anses inte kraven för den andra resonemangspoängen vara uppfyllda. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösningsexempel 24.2 (2 C_R)



Om man drar ett streck från M till R bildas 2st likbenade trianglar där c består av a+b.

$a+b=c$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen genomförs ett godtagbart resonemang där den tydliga figuren nätt och jämnt anses vara en tillräcklig motivering till varför de två trianglarna är likbenta. Lösningen ges nätt och jämnt två resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 26

Elevlösningsexempel 26.1 (0 poäng)

Medelvärde = 210

Median = 200

Variationsbredd = 80

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4} = 210 \qquad x_1+x_2\overset{\overset{200}{\downarrow}}{+}x_3+x_4$$

$$x_4 = x_1+80$$

$x_1 = 210 - 40$, -10, -10 $\quad$ $x_2 = 210$, -30 $\quad$ $x_3 = 210$, $+10$, $+20$ $\quad$ $x_4 = 210$, $+40$

$x_1 = 170 \quad x_2 = 180 \quad x_3 = 240 \quad x_4 = 250$

Svar: Den med högst timlön har 250 kr/h

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen tolkas alla tre villkoren korrekt men villkoret för medianen används sedan inte i prövningen. Därmed anses inte kraven för ansatspoäng vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 26.2 (1 C_B)

- 4p
- $\frac{x}{4} = 210$
- $\frac{2x}{2} = 200$ $\quad$ x 200 200 x
- Största - minsta = 80 kr skillnad
- $\frac{180 + 200 + 200 + 260}{4} = 210$
- $260 - 180 = 80$ kr $\quad$ • $\frac{200+200}{2} = 200$

högsta

Svar: 180 200 200 $\underline{\underline{260}}$ kr/h

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen påbörjas en prövning där alla tre villkor tolkas korrekt. Trots att *x* representerar såväl totalsumman som lägsta och högsta timlönen anses kraven för ansatspoäng vara uppfyllda. Eftersom det inte redovisas att svaret 260 kr/h är den enda möjliga lösningen anses resonemanget inte vara slutfört. Lösningen ges en begreppspoäng på C-nivå.

Uppgift 27

Elevlösningsexempel 27.1 (0 poäng)

$$\frac{a^2+b^2+c^2-2}{3}$$

Test.

$$\frac{1^2+2^2+3^2-2}{3} = \frac{1+4+9-2}{3} = 4$$

$$\frac{7^2+8^2+9^2-2}{3} = \frac{49+64+81-2}{3} = 64$$

Svar. $\frac{a^2+b^2+c^2-2}{3} = b^2$

(om a, b och c är tre följande heltal :))

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar inte att uttrycket alltid blir ett heltal då resonemanget enbart baseras på specialfall. Därmed anses inte kraven för resonemangspoäng på A-nivå vara uppfyllda och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 27.2 (2 AR)

$$\frac{(a-1)^2+a^2+(a+1)^2-2}{3}$$

förkorta och förenkla

$$\frac{a^2-\cancel{2a}+1+a^2+a^2+\cancel{1}+2a-\cancel{2}}{3}$$

$$\frac{3a^2}{3}=a^2$$

Svaret för uttrycket är alltid $=a^2$

eftersom a = heltal

så är a^2 = heltal

Svar: ~~ff~~, alltid ett heltal.

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett slutfört resonemang med korrekt slutsats. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men variablerna är inte definierade. Dessutom ansätts *a* implicit till *b* vilket leder till att *a* används felaktigt. Därmed anses inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå vara uppfyllda.

Elevlösningsexempel 27.3 (2 AR och 1 AK)

$$\frac{a^2+b^2+c^2-2}{3}$$

$$\frac{a^2+(a+1)^2+(a+2)^2-2}{3}=\frac{a^2+a^2+2a+1+a^2+4a+4-2}{3}=$$

$$=\frac{3a^2+6a+3}{3}=\frac{\cancel{3}(a^2+2a+1)}{\cancel{3}}=(a+1)^2\Rightarrow \text{alltid heltal!!!}$$

Bedömningskommentar till exemplet: Elevlösningen visar ett slutfört resonemang. Slutsatsen ”$(a+1)^2 \Rightarrow$ alltid heltal” är nätt och jämnt godtagbar då kommentar saknas till att kvadraten på ett heltal alltid är ett heltal. Därmed anses kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå nätt och jämnt vara uppfyllda. När det gäller kommunikation är variablerna inte definierade explicit men i och med att lösningen är lätt att följa och förstå anses detta vara underförstått. Sammantaget ges lösningen två resonemangspoäng och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 28

Elevlösningsexempel 28.1 (1 APL)

$$f(x) = \frac{x^2}{a}$$

Punkt 1: $f(a) = \frac{a^2}{a}$ $\quad f(a) = a$

Punkt 2: $f(2a) = \frac{(2a)^2}{a}$

$$f(2a) = \frac{4a^2}{a}$$

$$f(2a) = 4a$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen bestäms funktionsvärdena för de två givna *x*-koordinaterna. Detta anses motsvara en godtagbar ansats. Lösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.

Uppgift 29

Elevlösningsexempel 29.1 (0 poäng)

$$\frac{BP}{PC} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$$

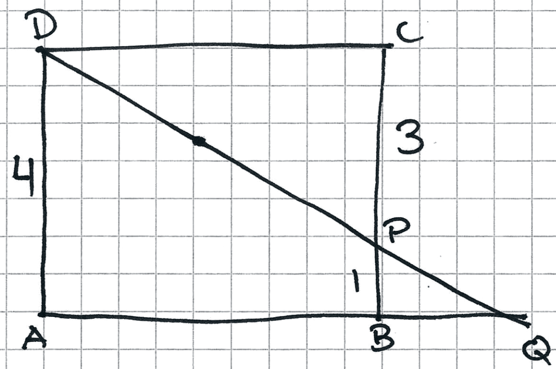
$$\frac{AB}{BQ} = \frac{3}{1} \quad \frac{AB}{BQ} = 3$$

$$AQ = 3BQ + BQ = 4BQ \quad 3BQ = AB$$

$$\frac{AB}{AQ} = \frac{3BQ}{4BQ} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen görs antagandet att $\frac{AB}{BQ} = \frac{3}{1}$ men detta styrks inte genom någon hänvisning till likformighet. Detta anses inte motsvara kraven för en godtagbar ansats och lösningen ges noll poäng.

Elevlösningsexempel 29.2 (1 A_{PL})



BPQ och DAQ är likformiga

$a = 1$

$$\frac{BP}{DA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BQ}{AQ} = \frac{1}{4}$$

$$BQ = \frac{AQ}{4}$$

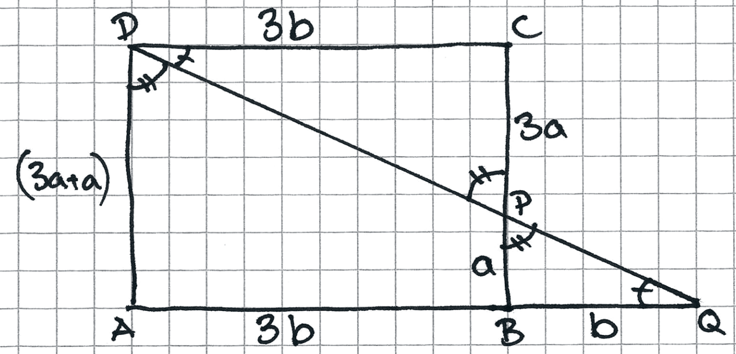
$$AB = AQ - BQ = AQ - \frac{AQ}{4} = \frac{3AQ}{4}$$

$$\frac{AB}{AQ} = \frac{\frac{3AQ}{4}}{AQ} = \frac{3}{4}$$

Svar: $\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen tecknas ett korrekt likformighetsförhållande vilket motsvarar en godtagbar ansats. Eftersom uppgiften är löst utifrån specialfallet $a = 1$ anses inte lösningen godtagbar och kraven för den andra problemlösningspoängen anses inte uppfyllda. När det gäller kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå men eftersom likformigheten inte motiveras anses lösningen inte uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå. Lösningen ges en problemlösningspoäng på A-nivå.

Elevlösningsexempel 29.3 (2 APL och 1 AK)



$$\frac{a}{3a} = \frac{BQ}{DC}$$

Nu kan vi se att DCP och DAQ är likformiga gäller att:

$$\frac{AD}{CP} = \frac{AQ}{DC} = \frac{DQ}{DP}$$

$$\frac{4a}{3a} = \frac{4b}{3b} = \frac{DQ}{DP} = \frac{4}{3}$$

$AB = 3b$ $\qquad \frac{AB}{AQ} = \frac{3b}{4b} = \frac{3}{4}$

$AQ = 3b + b$

Svar: $\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$

Bedömningskommentar till exemplet: I elevlösningen löses problemet i sin helhet. När det gäller kommunikation är likformigheten motiverad utifrån bilden och symboler för sträckor och vinklar används på ett tydligt och korrekt sätt. Lösningen är mestadels lätt att följa och förstå men den är något otydlig när *b* introduceras. Trots detta anses lösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.